

Mercados y Regulación Económica

Teoría de Juegos

Leandro Zipitría

Departamento de Economía
Facultad de Ciencias Sociales - Udelar

Diploma en Economía para no Economistas

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Objetivos

1. Describir juegos en forma normal y estratégica
2. Presentar los principales instrumentos de solución
3. Jugar !

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Juegos

- Un juego es la representación formal de una situación estratégica
- Pueden representar rivalidad o problemas de coordinación
- Representación: en forma normal (o estratégica) o extensiva
- Etapas: representación - solución

Componentes

1. **Jugadores:** ¿quién está involucrado?
2. **Reglas:** ¿cómo mueven?; ¿qué saben cuando mueven?; ¿qué pueden hacer?
3. **Resultados:** para cada conjunto posible de acciones de los jugadores: ¿cuáles son los resultados del juego?
4. **Pagos:** ¿cuáles son las preferencias de los jugadores sobre los posibles resultados?

Información

1. Información perfecta: cuando todos los jugadores tienen toda la información relacionada con las acciones previas de los restantes jugadores que afectan la decisión de éste sobre la acción a tomar en un momento particular.
2. Información completa: cuando todos los jugadores conocen la estructura del juego y los pagos de los restantes jugadores, pero no necesariamente sus acciones.

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Presentación

Definición

Un **juego en forma normal** es una terna compuesta por:

- i- I : conjunto de jugadores;
- ii- S_i es el espacio de acciones para cada jugador y
- iii- u_i que es la función de utilidad asociada a cada resultado del juego para cada jugador

Ejemplo

- Dilema del prisionero
 - Jugadores: prisionero 1, prisionero 2
 - Acciones (estrategias): $S_i = \{c, \bar{c}\}$, $i = 1, 2$, donde c es confesar y \bar{c} no confesar
 - Estructura: juegan sin saber lo que hace el otro
 - Pagos: a- si ambos confiesan tienen una pena de 5 años; b- si el prisionero 1 no confiesa pero el 2 si, el primero obtiene una pena de 10 años y el segundo una pena de 1 año por colaborar con la justicia; c- si ninguno confiesa ambos son procesados por un delito menor y obtienen una pena de 2 años

Representación

		Prisionero 2	
		c	\bar{c}
Prisionero 1	c	-5, -5	-1, -10
	\bar{c}	-10, -1	-2, -2

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Estrategias dominantes

Definición

Decimos que una estrategia es **dominante** cuando el jugador obtiene el máximo pago independientemente de lo que hagan los restantes jugadores

- Una estrategia dominante para el jugador i maximiza su pago para cualquier estrategia que el rival pueda jugar.

Ejemplo

- ¿Cuál sería la estrategia dominante en este juego?

		Prisionero 2	
		c	\bar{c}
Prisionero 1	c	-5, -5	-1, -10
	\bar{c}	-10, -1	-2, -2

Ejemplo

- ¿Cuál sería la estrategia dominante en este juego?

		Prisionero 2	
		c	\bar{c}
Prisionero 1	c	-5, -5	-1, -10
	\bar{c}	-10, -1	-2, -2

Dominancia (I)

Definición

Decimos que una estrategia s_i está **estrictamente dominada** si independientemente de la acción que pueda tomar el otro jugador, la utilidad asociada a esta estrategia es estrictamente menor a alguna otra estrategia que pueda jugar el jugador i

Dominancia (II)

- Un jugador racional no jugaría nunca una estrategia estrictamente dominada
- Si la racionalidad es conocimiento común, se puede proceder a la **Eliminación Iterativa de Estrategias Estrictamente Dominadas**

Ejemplo

- ¿Cuál sería el equilibrio por eliminación iterativa de estrategias estrictamente dominadas?

		Jugador 2		
		Bueno	Regular	Malo
Jugador 1	Alto	1, 1	2, 0	1, 1
	Medio	0, 0	0, 1	0, 0
	Bajo	2, 1	1, 0	2, 2

- Notar que ninguna tiene una estrategia dominante !

Ejemplo (cont.)

- J_1 : *Medio* está estrictamente dominada

		Jugador 2		
		Bueno	Regular	Malo
Jugador1	Alto	1, 1	2, 0	1, 1
	Medio	0, 0	0, 1	0, 0
	Bajo	2, 1	1, 0	2, 2

Ejemplo (cont.)

- J_2 : *Regular* está estrictamente dominada

		Jugador 2		
		Bueno	Regular	Malo
Jugador 1	Alto	1, 1	2, 0	1, 1
	Medio	0, 0	0, 1	0, 0
	Bajo	2, 1	1, 0	2, 2

Ejemplo (cont.)

- J_1 : *Alto* está estrictamente dominada

		Jugador 2		
		Bueno	Regular	Malo
Jugador 1	Alto	1, 1	2, 0	1, 1
	Medio	0, 0	0, 1	0, 0
	Bajo	2, 1	1, 0	2, 2

Ejemplo (cont.)

- *J2: Bueno* está estrictamente dominada

		Jugador 2		
		Bueno	Regular	Malo
Jugador 1	Alto	1, 1	2, 0	1, 1
	Medio	0, 0	0, 1	0, 0
	Bajo	2, 1	1, 0	2, 2

Ejemplo (cont.)

- EEIEED = {bajo, malo}

		Jugador 2		
		Bueno	Regular	Malo
Jugador 1	Alto	1, 1	2, 0	1, 1
	Medio	0, 0	0, 1	0, 0
	Bajo	2, 1	1, 0	2, 2

Mejor respuesta

Definición

Un jugador está jugando su mejor respuesta si, dada una acción de su/s rival/es, elije la acción que le da el mayor pago posible

Equilibrio de Nash

Definición

Un conjunto de estrategias (s_1, \dots, s_N) es un **Equilibrio de Nash** (EN) si cada jugador esta jugando la mejor respuesta a las mejor respuesta de sus rivales.

Ejemplo 1

		Prisionero 2	
		c	\bar{c}
Prisionero 1	c	-5, -5	-1, -10
	\bar{c}	-10, -1	-2, -2

- *no confesar* es una estrategia estrictamente dominada
- *confesar* es una estrategia estrictamente dominante
- $\{c, c\}$ es un EN en el Dilema del prisionero.

Ejemplo 2

		Jugador 2		
		Bueno	Regular	Malo
Jugador 1	Alto	1, 1	2, 0	1, 1
	Medio	0, 0	0, 1	0, 0
	Bajo	2, 1	1, 0	2, 2

- ¿Cuál es el EN?

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Definición

Definición

un **juego en forma extensiva** es:

- 1- un árbol de juego conteniendo un nodo inicial, otros nodos de decisión, nodos terminales, y ramas que conectan cada nodo de decisión con el nodo sucesor
- 2- una lista de $N \geq 1$ jugadores, indexados por $i, i = 1, \dots, N$
- 3- para cada nodo de decisión la asignación del jugador que debe decidir una acción
- 4- para cada jugador i , la especificación del conjunto de acciones de i en cada nodo de decisión en el cual tenga que elegir una acción
- 5- la especificación de los pagos de cada jugador en cada nodo terminal

Subjuegos

Definición

una **estrategia** para el jugador i , $s_i \in S_i$ es una lista completa de acciones, una acción para cada nodo de decisión en el cual el jugador tenga que actuar

Definición

un **subjuego** empieza en cualquier nodo de decisión del juego original e incluye todos los nodos de decisión siguientes y sus correspondientes nodos terminales

Subjuegos

Definición

una **estrategia** para el jugador i , $s_i \in S_i$ es una lista completa de acciones, una acción para cada nodo de decisión en el cual el jugador tenga que actuar

Definición

un **subjuego** empieza en cualquier nodo de decisión del juego original e incluye todos los nodos de decisión siguientes y sus correspondientes nodos terminales

Índice

Juegos

Presentación

Juegos en forma normal

Representación

Solución

Juegos en forma extensiva

Definición

ENPSJ

Definición

Definición

un resultado es un **Equilibrio de Nash Perfecto por subjugos** (ENPSJ) si induce un EN en cada subjugos del juego original

- El ENPSJ es un refinamiento del EN
- Permite encontrar resultados consistentes

Definición

Definición

un resultado es un **Equilibrio de Nash Perfecto por subjuegos** (ENPSJ) si induce un EN en cada subjuego del juego original

- El ENPSJ es un refinamiento del EN
- Permite encontrar resultados consistentes

Ejemplo

- Dos jugadores; $i = (E) // a, E(L)$
- Acciones: c - ir al cine a ver una película de acción; b - ir a bailar
- Ambos prefieren pasar el día juntos, pero E prefiere ir a bailar mientras que L prefiere ir a ver una película de acción
- Estructura del juego: primero decide E qué hacer y luego elige L sabiendo lo que E eligió antes
- Representación gráfica:

Ejemplo

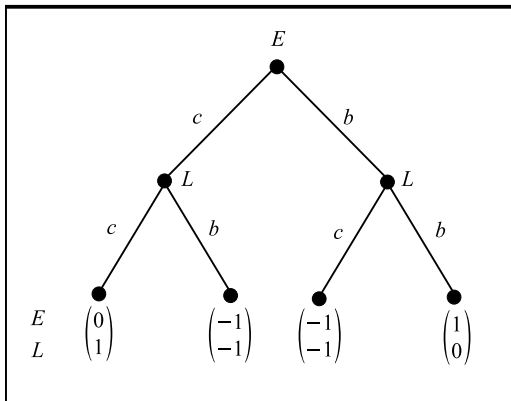


Figura: Juego de la batalla de los sexos.

Ejemplo (cont.)

- Estrategias: $S_E = \{c; b\}$, $S_L = \{c, c; c, b; b, b; b, c\}$.
- E tiene sólo dos acciones en un nodo: decide c o decide b
- L tiene **dos** acciones en **dos** nodos
- Solución: por inducción hacia atrás.

Solución

- Etapa 2: vemos que decisión tomaría L en cada nodo en el que le tocaría jugar
- Gráficamente representamos a la izquierda el subjuego correspondiente al nodo de L de la izquierda del juego original, y a la derecha el subjuego correspondiente al nodo de L de la derecha del juego original

Gráfica

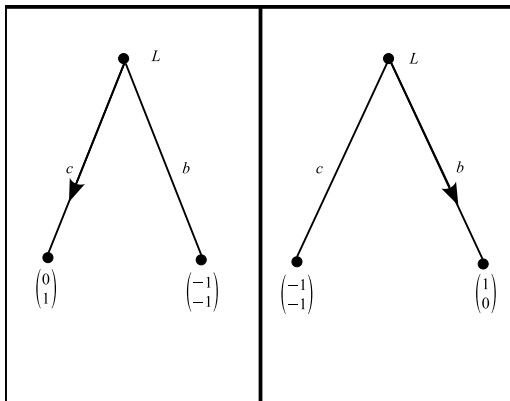


Figura: Subjuegos, con sus correspondientes equilibrios de Nash.

Solución (cont.)

- El EN del subjuego de la izquierda (si E juega c) es jugar c ($1 > 0$)
- El EN del subjuego de la derecha (si E juega b) es jugar b ($0 > -1$)
- Como era de esperar, el caballero hace lo que la dama diga
- ¿Qué hará entonces E ?
- La decisión de E estudiando que haría al enfrentarse con las decisiones de L , reduciendo el juego original sustituyendo por las decisiones de L .

Gráfica

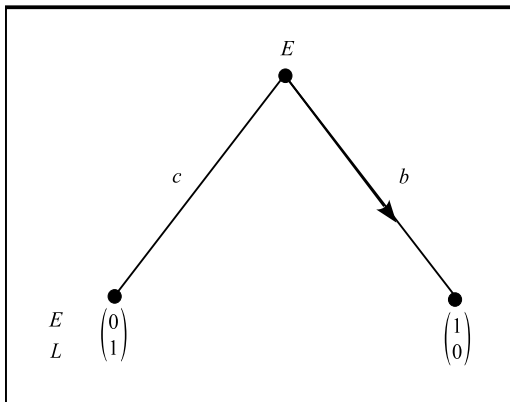


Figura: La decisión de E , tomando en consideración las decisiones de L posteriores.

Solución (cont.)

- El resultado del juego: el ENPSJ es $\{b; c, b\}$.